



## Verzinsung bei jährlicher Zinszahlung

### 1 Verzinsung

Bei einem jährlichen Zinssatz  $p\%$  erhält man für ein Kapital  $k_0$  im ersten Jahr die Zinsen

$$z_1 = k_0 \cdot \frac{p}{100} \quad (1)$$

Diese Zinsen sollen dem Kapital zugeschlagen werden. Dann ist das Kapital nach einem Jahr auf

$$k_1 = k_0 + z_1 = k_0 + k_0 \cdot \frac{p}{100} = k_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \quad (2)$$

angewachsen.

Dieses Kapital erhält im nächsten - dem zweiten - Jahr wieder Zinsen und zwar:

$$z_2 = k_1 \cdot \frac{p}{100} \quad (3)$$

Diese werden wieder dem Kapital zugeschlagen, das damit anwächst auf:

$$k_2 = k_1 + z_2 = k_1 + k_1 \cdot \frac{p}{100} = k_1 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) = k_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2 \quad (4)$$

Dieses setzt sich fort:

$$z_3 = k_2 \cdot \frac{p}{100} \quad (5)$$

$$k_3 = k_2 + z_3 = k_2 + k_2 \cdot \frac{p}{100} = k_2 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) = k_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^3 \quad (6)$$

$$z_4 = k_3 \cdot \frac{p}{100} \quad (7)$$

$$k_4 = k_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^4 \quad (8)$$

$$\dots \quad (9)$$

$$z_{n+1} = k_n \cdot \frac{p}{100} \quad (10)$$

$$k_{n+1} = k_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^{n+1} \quad (11)$$

$$(12)$$

### 2 Tabellenkalkulation

Obwohl wir die Formel  $k_n = k_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$  für die Höhe des Kapitals nach  $n$  Jahren hergeleitet haben, wählen wir die Darstellung für die Tabellenkalkulation trotzdem so, dass wir auch die Höhe der Zinsen sehen können.

Die Konstanten (wir wählen  $k_0=1000$  und  $p=5$ ) setzen wir in die Zellen B5 und B6:

	A	B	C
4			
5	Kapital	1000	
6	Zinssatz	5	
6			

in Zeile 9 kommen die Spalten-Überschriften:

	A	B	C
8			
9	Jahr	Zins	Kapital_neu
10			

und in Zeile 10 das Anfangskapital. In Zeile 1 folgt dann die Rechnung für das erste Jahr:

	A	B	C
8			
9	Jahr	Zins	Kapital_neu
10	0		=B5
11	=a10+1	=C10*\$B\$6/100	=C10+B11
12			

Diese Zeile können wir dann auf die folgenden kopieren.

**Speichere die Tabellen im Verzeichnis  $\tilde{\text{Daten}}/\text{diff}/\text{tk}$  unter den Namen „zins.ods“ (die Endung ods vergibt das Programm automatisch)**

### 3 graphische Darstellung

Stelle graphisch dar, wie sich Kapital und Zinsen in 20 Jahren verändern.

### 4 Verdopplungszeit

#### 4.1

Bestimme, wie lange es - ungefähr - dauert, bis sich das Kapital bei einem Zinssatz von  $p_1 = 5\%$  ( $p_2 = 10\%$ ,  $p_3 = 3,5\%$ ) verdoppelt hat. Diese Zeit nennt man Verdopplungszeit.

#### 4.2

Bei welchem Zinssatz dauert es  $t = 10$  ( $t = 20, t = 30, t = 5$ ) Jahre, bis sich das Kapital verdoppelt hat?

#### 4.3

Im Bankenwesen gilt für die Verdopplungszeit die Faustregel:

$$\text{Verdopplungszeit} \approx 70/\text{Zinssatz}$$

Prüfe diese Regel. Versagt sie vielleicht bei sehr hohen oder sehr kleinen Zinssätzen?

## 5 Vergleich mehrerer Zinssätze

Kopiere die Tabelle.

(Markiere die ganze Tabelle, speichere Sie mit `<strg><c>` in die Zwischenablage und kopiere sie mit `<strg><v>` in Tabelle 2. Benenne die Tabellen in `zins1` und `zins2` um)

Ergänze das Ergebnis von Aufgabe 1 so, dass du die Entwicklung für zwei verschiedene Zinssätze (aber dasselbe Anfangskapital) darstellen kannst,

*Tipp: du brauchst zwei zusätzliche Spalten*

## 6 1 € und 2 Jahrtausende

*Auch wenn diese Aufgabe absolut unrealistisch ist - ich finde sie schön*

### 6.1

*Kopiere die Tabelle in die Tabelle `zins3`*

Nimm an, dass jemand zur Zeit der Geburt Christi (also im Jahr Null) den Gegenwert von einem EURO auf ein mit 1% (3,5%; 5%; 10%) angelegt hat und dieses Konto alle Wirren der Zeit überlebte.

Welchen Konto-Stand hat es heute?

Vergleiche die Entwicklung für verschiedene Zinssätze!

### 6.2

Versuche diesen Konto-Stand mit anderen Werten zu vergleichen! (*Dazu darfst du **ausnahmsweise** mal das Internet während des Unterrichts benutzen*)

## 7 nur ganze Euro werden verzinst

*Kopiere die Tabelle in die Tabelle `zins4`*

Früher (*Vielleicht auch heute noch? Ich weiß es nicht*) haben die Banken nur volle EURO-Beträge verzinst. Das bedeutete z.B. bei  $p=5\%$ : wenn 1 € auf dem Konto waren, gab es 5 Cent an Zinsen, bei einem Konto-Stand von 1,99€ auch nur 5 Cent; erst ab 2,00 € bekam man 10 Cent.

Wie ändert sich das obige Ergebnis bei dieser Regel?

*(Tipp: Nutze den Funktionsassistenten; Funktion „Abrunden“)*

## 8 gerundete Zinsen

*Kopiere die Tabelle `zins2` in die Tabelle `zins5`*

In der Aufgabe 1 steckt (selbst wenn die Banken nicht mehr so - wie Aufgabe 4 dargestellt - vereinfachen) immer noch ein Fehler.

Du kannst dies sehen, wenn Du die Werte mit mehr als zwei Nachkommastellen anzeigen lässt. Da die Zinsen jährlich gutgeschrieben werden, wird auch jedes mal auf ganze Cent gerundet. Stelle in einer Tabelle für dar, welche Änderungen sich ergeben, wenn man

- so wie in Aufgabe 1 und 2 rechnet

- so wie in Aufgabe 4 rechnet
- jedes Jahr die Zinsen auf Cent rundet
- jedes Jahr die Zinsen auf Cent **abrundet**

## 9 regelmäßiges Sparen

*Kopiere die Tabelle zins 2 in die Tabelle zins 6*

Auf ein Konto wird bei der Einrichtung ein Betrag  $k_0$  eingezahlt. Jedes weitere Jahr wird zum Jahresende eine Sonder-Zahlung  $s_0$  eingezahlt. Die Zinsen werden dem Konto zugeschlagen.

Erstelle eine Tabelle für dieses Konto.

Wie viel ist nach 10 (20;30) Jahren auf dem Konto, wenn anfangs 1000€ und dann immer wieder 100€ eingezahlt werden und der Zinssatz 3,5% beträgt.

Wie viel davon wurde eingezahlt, wie viel sind Zinsen?